Министерство образования Российской Федерации

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ.Н.Э.БАУМАНА

Факультет «Специальное машиностроение»

**Кафедра СМ1 «Космические аппараты и ракеты-носители»**



**ДОМАШНЯЯ РАБОТА ПО КУРСУ:**

***«Динамика ракет»***

**ВАРИАНТ №3**

|  |
| --- |
| Выполнил  студент группы СМ1-81\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Данченко А.А. |
| Проверил  преподаватель \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_Гончаров Д. А. |

Москва 2024

Содержание

[**Условие** 3](#_Toc162467514)

[**Домашнее задание №1** 3](#_Toc162467515)

[**Домашнее задание №2** 3](#_Toc162467516)

[**Решение ДЗ №1** 5](#_Toc162467517)

[**1. Определение собственных частот упругих поперечных колебаний** 5](#_Toc162467518)

[**2. Построение эпюр формы упругой линии и угла поворота сечений для каждого тона колебаний сечения** 9](#_Toc162467519)

[**3. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил** 10](#_Toc162467520)

[**4.1. Определение собственных частот для полностью заправленной ракеты и «сухой» ракеты** 12](#_Toc162467521)

[**4.2. Построение эпюр формы упругой линии и угла поворота сечений для каждого тона колебаний сечения** 12](#_Toc162467522)

[**4.3. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил** 15](#_Toc162467523)

[**5. Вычисление значений приведенных масс для расчетных случаев** 16](#_Toc162467524)

[**Решение ДЗ№2** 18](#_Toc162467525)

[**1.** **Оценка устойчивости движения упругой ракеты по заданной траектории** 18](#_Toc162467526)

[**2.1.** **Уточнение границ смежной неустойчивости** 19](#_Toc162467527)

[**2.2. Задание требований к автомату стабилизации (АС)** 23](#_Toc162467528)

# **Условие**

## **Домашнее задание №1**

1. Для заданного варианта определить две первых собственные частоты упругих поперечных колебаний корпуса ракеты.

2. Построить эпюры формы упругой линии и угла поворота сечений для каждого тона колебаний сечения.

3. Построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

4. Выполнить пункты №1 и №2 для полностью заправленной ракеты (момент старта) и «сухой» ракеты (момент выключения ДУ при стрельбе на максимальную дальность).

5. Вычислить значения приведенных масс для расчетных случаев.

## **Домашнее задание №2**

При выполнении ДЗ №2 использовать результаты ДЗ №1.

1. Используя «универсальную диаграмму устойчивости» оценить устойчивость движения упругой ракеты по траектории.

2. Если полученный ответ отрицательный (движение неустойчиво), то:

- уточнить границы смежной области неустойчивости

- предъявить требования к АС.

3. Если полученный ответ положительный (движение устойчиво), то необходимо уточнить границы неустойчивости смежных областей.

При расчетах полагать, что  =0.001.

Градиент управляющей силы вычислить по формуле: Ryp = kр\*M0\*g0, где

М0 – стартовая масса, g0 – ускорение свободного падения, kр – коэффициент, заданный в таблице.

Амплитуду АС для частоты большей, чем частота среза вычислять по формуле: AАС = 0.5\*exp(0.01\*(-))

****АС = - (0- )/(0- ) для 0< <;

****АС =-  - (- )/(- ) для < <;

Схема №1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  вар. | Координаты сечения [м] | | | | | | | | | Параметры АС | | | | М1  [т] | М2  [т] | J0  [тм2] | xгп  [м] |
| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 | x8 | x9 | w0 | wр | W2p | kp |
| 2 | 1.5 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 12 | 15 | 18 | 10 | 60 | 100 | 0.5 | 1.2 | 1.0 | 2.0 | 3.5 |

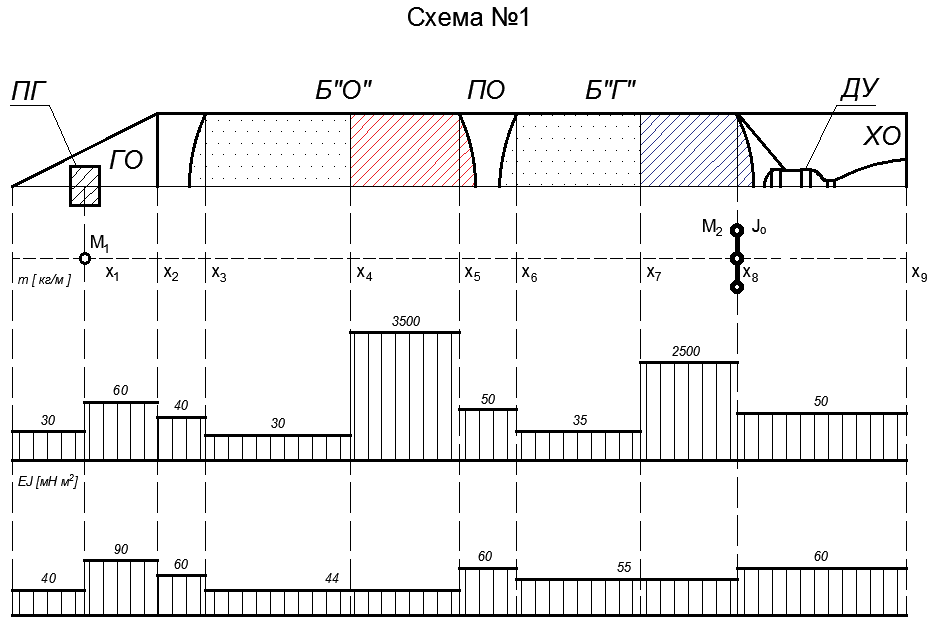


Рисунок - Схема №1 (исходные данные)

# **Решение ДЗ №1**

# **1. Определение собственных частот упругих поперечных колебаний**

Формы и частоты свободных упругих колебаний корпуса ракеты является основными параметрами при анализе динамических свойств упругих ракет как объектов автоматического регулирования. В силу относительной протяженности корпусов ракет они при расчетах низших (балочных) частот аппроксимируются прямыми стержнями с переменным распределением по длине масс и жесткостей. Жидкое топлива в баках считается как бы отвердевшим, или «замороженным», и его масса приплюсовывается к массе корпуса в соответствующих сечениях.

Существуют различные приближенные методы определения форм и частот неоднородного стержня, к таким относят методы Релея-Ритца, Бубнова-Галеркина, метод последовательных приближений, метод начальных параметров.

Воспользуемся методом начальных параметров. Рассмотрим распределения погонных масс и жесткостей для заданного случая. Сведем все данные распределения для заданного варианта в таблицу 2. Также распределим сосредоточенную массу в окрестности точки, в которой она сосредоточена, на расстояние 0.1 м в обе стороны по оси х.

Таблица 2- Данные распределения погонных масс и жесткости для заданного варианта

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № участка | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|  | 1.4 | 1.5 | 1.16 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 12 | 14.9 | 15 | 15.1 | 18 |
|  | 30 | 6030 | 6060 | 60 | 40 | 30 | 3500 | 50 | 35 | 2500 | 7500 | 5050 | 50 |
|  | 40 | 40 | 90 | 90 | 60 | 44 | 44 | 60 | 55 | 55 | 55 | 60 | 60 |

Дифференциально уравнение поперечных колебаний для i-го участка будет иметь вид:

Введем коэффициент форм колебаний :

Тогда уравнение примет вид:

Решение системы (3) должно удовлетворять граничным условиям и условиям сопряжения участков стержня. Как известно, данная задача разрешима только для тех значений , которые являются частотами свободных колебаний неоднородного стержня.

Решение каждого дифференциального уравнения (3) может быть представлено либо в виде комбинации тригонометрических и гиперболических функций, либо выражено через балочные функции Крылова:

Представим решение уравнения (3) в виде линейной комбинации балочных функций Крылова ([1] стр. 184):

Где балочные функции Крылова имеют вид:

Функции Крылова обладают свойствами, делающими их удобными для решения задач поперечных колебаний стержня:

1.

2.

Введем вектор форма колебаний:

Если на стыках участков имеется только изменение только погонных масс и жесткостей, то условие стыка примет вид:

Исходя из свойств функций Крылова, можно связать между собой вектор формы в любой точке участка с вектором формы в его начале ([1] стр.185)

Условие связи вектора формы в произвольной точке участка с вектором формы в начале участка будет иметь вид:

Где матрица А имеет вид:

Если , то матрицу называют *матрицей перехода через i-й участок.*

Для следующего (i+1) участка получим:

Поскольку по условию (1.7) , то

Решение для любого i-го участка можно, рассуждая аналогично, выразить через вектор формы на входе в 1-й участок:

Введем матрицу Р:

С учетом выражения (1.11) формула (1.10) примет вид:

Выражение (1.12) можно записать в скалярной форме:

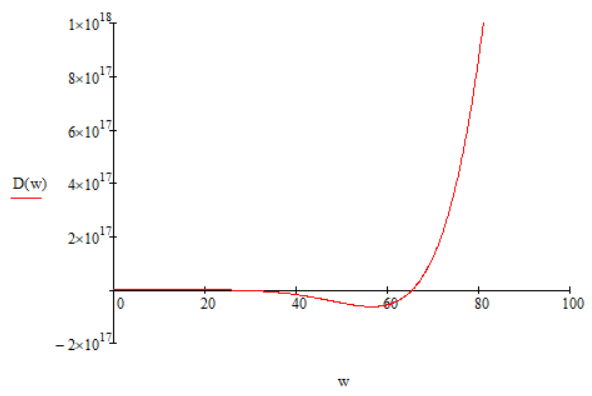
где коэффициенты матрицы Р, зависящие от частоты колебаний ω.

Граничные условия на концах ракеты (по сути свободный конец стержня) будут иметь вид:

Соотношение c учетом граничных условий будет иметь вид:

Согласно двум последним уравнениям системы (1.14) нетривиальное решение соответствует равенству:

Используя программный комплекс Mathcad, получаем частоты собственных колебаний (перебором):



*Рисунок 1.1- График для определения частот собственных колебаний*

# **2. Построение эпюр формы упругой линии и угла поворота сечений для каждого тона колебаний сечения**

Из 3ьего или 4ого уравнения системы (1.14) получим:

Положим тогда вектор формы для начала 1ого участка с учетом выражения (2.1) и граничных условий будет иметь вид:

Форма собственных колебаний имеет вид:

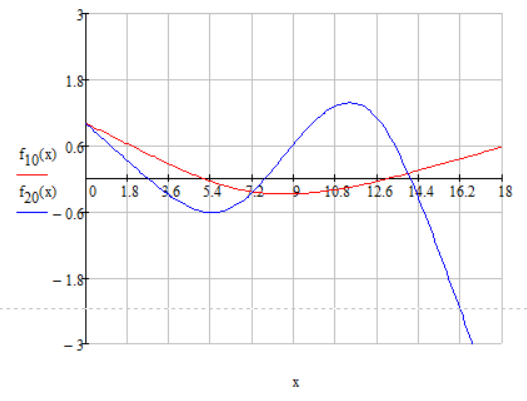
С учетом соотношения (2.1) форму колебаний можно записать следующим образом:

где и коэффициенты матрицы

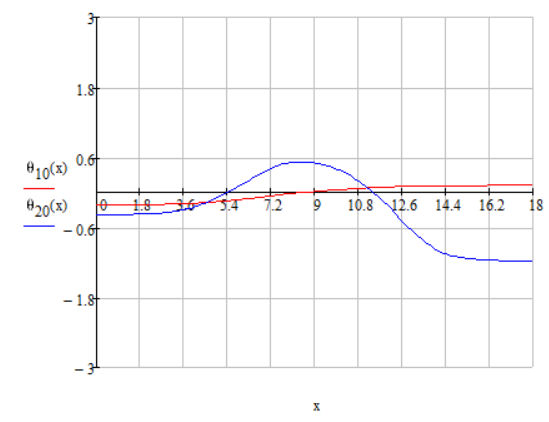
Причем коэффициенты и должны вычисляться для каждого участка стержня, собственные формы колебаний строятся по уравнению (2.2) от начала стержня (корпуса ракеты) по участкам до конца

Форма угла поворота определяется уравнением:

Используя программный комплекс Mathcad, получаем графики формы колебаний и формы угла поворота для заданного варианта для первых двух собственных частот.



*Рисунок 2.1.- Форма колебаний заданного варианта ракеты*



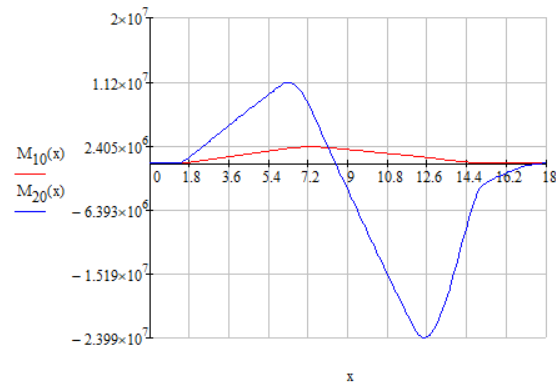
*Рисунок 2.2- Форма угла поворота заданного варианта ракеты*

# **3. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил**

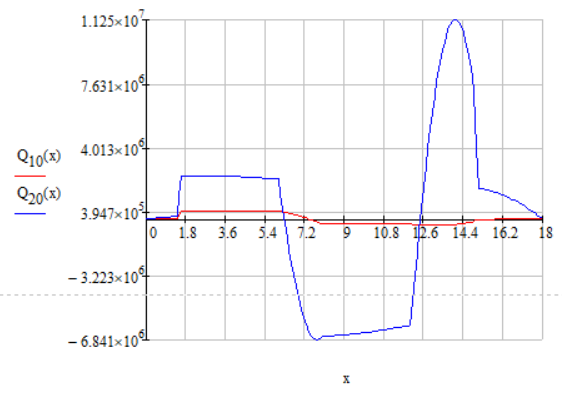
Форма изгибающего момента определяется уравнением ([1] стр.187):

Форма поперечных сил определяется уравнением:

Используя программный комплекс Mathcad, получаем графики формы изгибающего момента и формы поперечных сил для заданного варианта ракеты для первых двух собственных частот.



*Рисунок 3.1 - Форма изгибающего момента заданного варианта ракеты*

**

*Рисунок 3.2 - Форма поперечных сил заданного варианта ракеты*

# **4.1. Определение собственных частот для полностью заправленной ракеты и «сухой» ракеты**

Рассмотрим распределения погонных масс и жесткостей для полностью заправленной и «сухой» ракет. В Таблице 3 представлены данные распределения погонных масс и жесткостей для заправленной ракеты. В таблице 4 представлены данные распределения погонных масс и жесткостей для «сухой» ракеты.

Таблица 3: Данные распределения погонных масс и жесткости для заправленной ракеты

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № участка | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|  | 1.4 | 1.5 | 1.16 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 12 | 14.9 | 15 | 15.1 | 18 |
|  | 30 | 6030 | 6060 | 60 | 40 | 3500 | 3500 | 50 | 2500 | 2500 | 7500 | 5050 | 50 |
|  | 40 | 40 | 90 | 90 | 60 | 44 | 44 | 60 | 55 | 55 | 55 | 60 | 60 |

Таблица 4: Данные распределения погонных масс и жесткости для «сухой» ракеты

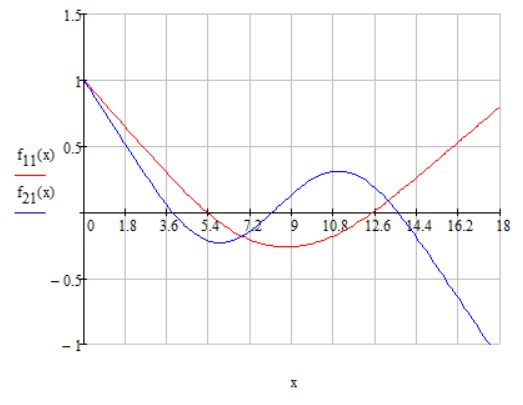
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № участка | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|  | 1.4 | 1.5 | 1.16 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 12 | 14.9 | 15 | 15.1 | 18 |
|  | 30 | 6030 | 6060 | 60 | 40 | 30 | 30 | 50 | 35 | 35 | 5050 | 5050 | 50 |
|  | 40 | 40 | 90 | 90 | 60 | 44 | 44 | 60 | 55 | 55 | 55 | 60 | 60 |

Используя программный комплекс Mathcad, по ранее описанному алгоритму (см. пункт 1) получаем частоты собственных колебаний:

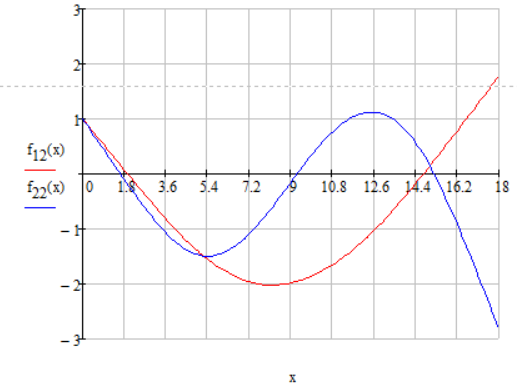
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Полностью заправленная ракета | «Сухая» ракета |
| 1ый тон |  |  |
| 2ой тон |  |  |

# **4.2. Построение эпюр формы упругой линии и угла поворота сечений для каждого тона колебаний сечения**

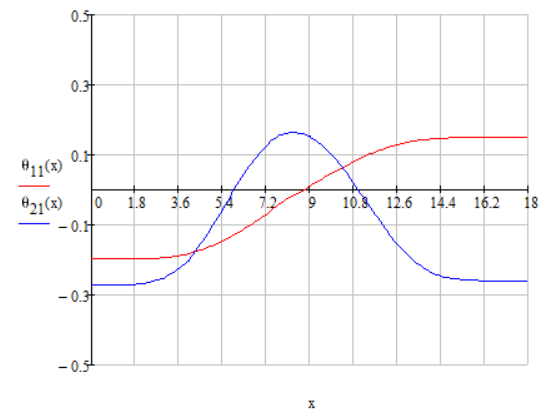
Используя программный комплекс Mathcad и ранее описанный алгоритм определения форм колебаний и угла поворота (см. пункт 2), получаем графики формы колебаний и формы угла поворота для вариантов полностью заполненной ракеты и «сухой» ракеты для первых двух собственных частот.



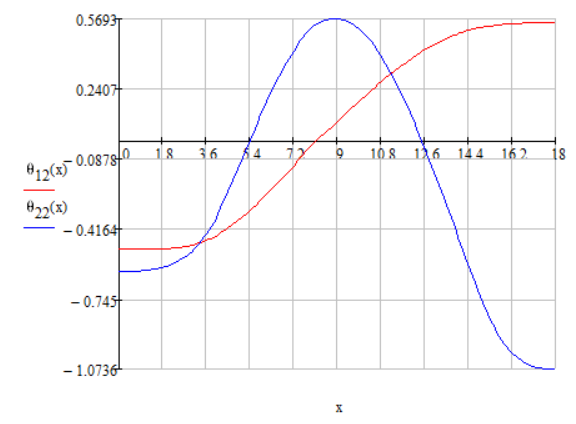
*Рис.5: Форма колебаний полностью заполненной ракеты*

**

*Рис.6: Форма колебаний «сухой» ракеты*

**

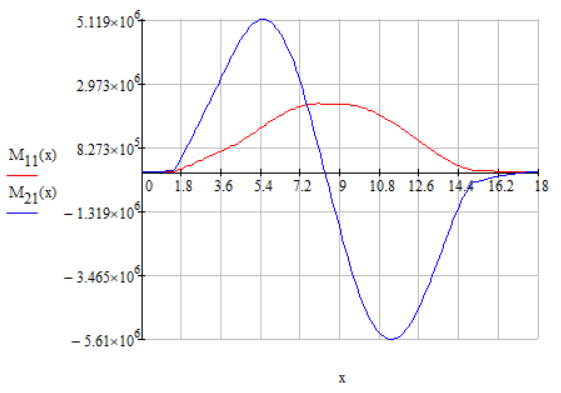
*Рис.7: Форма угла поворота полностью заполненной ракеты*

**

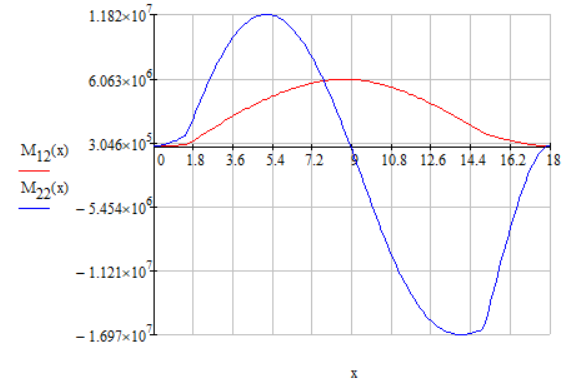
*Рис.8: Форма угла поворота «сухой» ракеты*

# **4.3. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил**

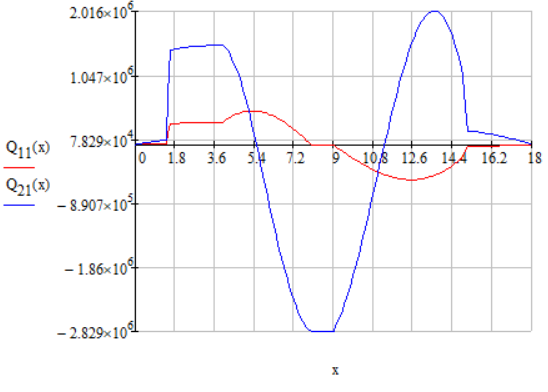
Используя программный комплекс Mathcad и алгоритм определения форм изгибающего момента и поперечных сил (см. пункт 3), получаем графики формы изгибающего момента и формы поперечных сил для вариантов полностью заполненной ракеты и «сухой» ракеты для первых двух собственных частот.

**

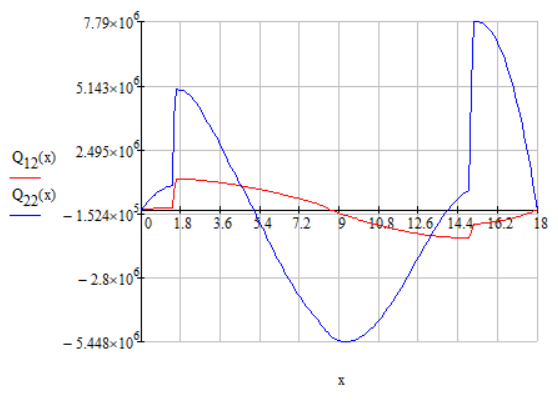
*Рис.9: Форма изгибающего момента полностью заполненной ракеты*

**

*Рис.10: Форма изгибающего момента «сухой» ракеты*

**

*Рис.11: Форма поперечных сил полностью заполненной ракеты*

**

*Рис.12: Форма поперечных сил «сухой» ракеты*

# **5. Вычисление значений приведенных масс для расчетных случаев**

Коэффициент приведенной массы определяется по формуле:

где погонная масса.

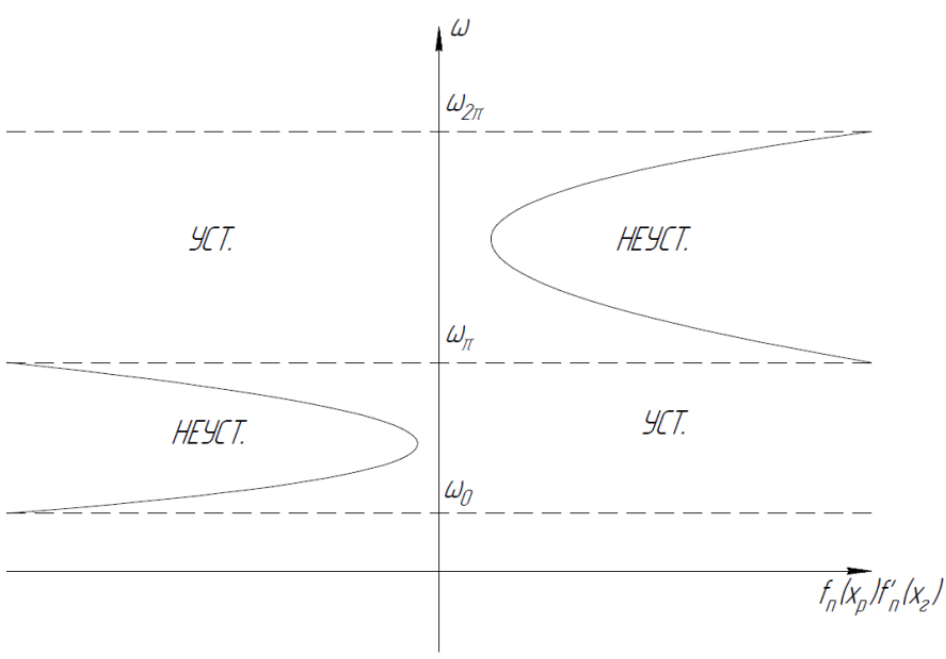
Используя программный комплекс Mathcad и формулу (5.1) определим коэффициенты приведенных масс и сведем в таблицу 5 все полученные значения.

Таблица 5: Коэффициенты приведенной массы

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Первый тон | Второй тон |
| Заданный вариант ракеты | 1145 | 8447 |
| Полностью заправленная ракета | 1728 | 1870 |
| «Сухая» ракета | 1190 | 810.236 |

# **Решение ДЗ№2**

# **Оценка устойчивости движения упругой ракеты по заданной траектории**



*Рис. 1: Универсальная диаграмма устойчивости*

Для того, чтобы параметры объекта регулирования были расположены в области устойчивости, необходимо, чтобы выполнились следующие условия:

1. Для первого тона колебаний , для второго тона колебаний;

Проверим выполнение первого условия:

Для первого тона: , что означает невыполнение условия устойчивости.

Для второго тона: , что означает невыполнение условия устойчивости.

Первое условие не выполняется.

Проверим выполнение второго условия, используя исходные данные и полученные в первой части ДЗ результаты значений собственных частот:

Первое двойное неравенство примет вид:

Это неверно, неравенство не выполняется.

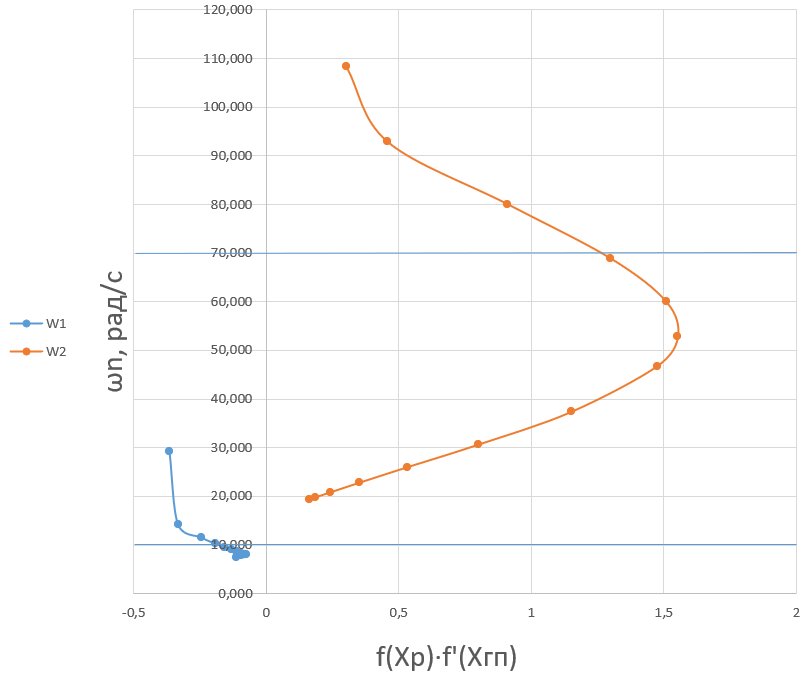
Второе двойное неравенство примет вид:

Это неверно, неравенство не выполняется.

Следовательно, ракета не устойчива.

# **Уточнение границ смежной неустойчивости**

Найдем собственные частоты первых двух тонов колебаний ракеты по мере ее опустошения (в начале опустошения рассматриваем каждый случай, когда бак опустошается на 10%, когда в баках остается по 30% от начального объёма топлива, начинаем рассматривать каждый случай уменьшения на 5%).



*Рис. 2: Диаграмма устойчивости по мере опустошения ракеты*

Заметим, что для первого тона собственных колебаний ракеты выполняется условие для случая «сухой» ракеты и ракеты, заполненной топливом на 5%, 10% и 15% от первоначального объема заполнения баков.

Для второго тона собственных колебаний выполняется одно из определяющих устойчивость ракеты неравенств для случая «сухой» ракеты и ракеты, заполненной топливом на 5% и 10% от первоначального объема заполнения баков.

Таким образом второе условие устойчивости выполняется только для сухой ракеты и ракеты, заполненной на 10% и меньше от начального объема топлива.

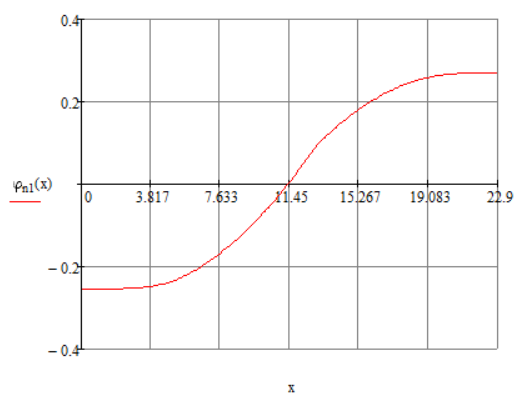
Выразим тогда координату зеркала жидкости в момент перехода от неустойчивой ракеты к устойчивой:

- для жидкости в баке окислителя

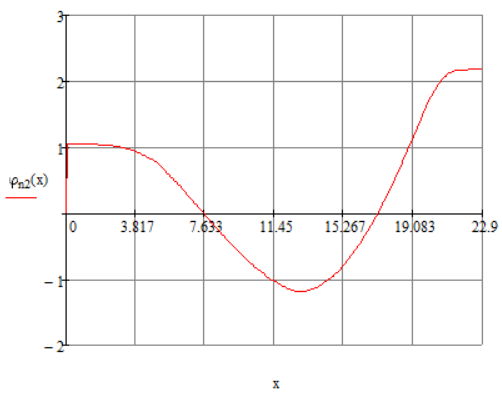
- для жидкости в баке горючего

При этом первое условие устойчивости не выполняется, по построенной диаграмме устойчивости (рис. 2) для первого тона , для второго тона колебаний, а должно быть полностью наоборот. Поэтому необходимо сменить положение гироскопической платформы.

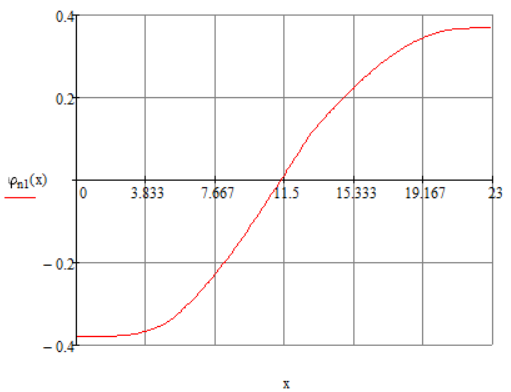
Найдем куда следует переместить гироплатформу, для этого введем вспомогательную функцию . Далее построим ее график для первых двух тонов колебания для сухой ракеты, и для заполненных на 10% баков.



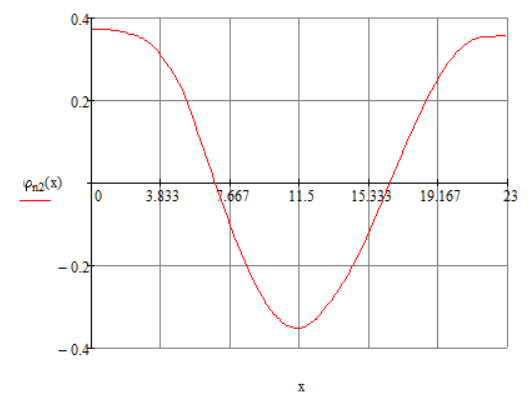
*Рис. 3: График функции для первого тона колебаний в случае заполненных на 10% баков*



*Рис. 4: График функции для второго тона колебаний в случае заполненных на 10% баков*

**

*Рис. 5: График функции для первого тона колебаний в случае «сухой» ракеты*



*Рис. 6: График функции для второго тона колебаний в случае «сухой» ракеты*

Найдем корни уравнения для различных случаев, описанных выше, с помощью программы Mathcad.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Вариант заполнения |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Таблица 1: Граничные значения возможной координаты гироплатформы

Рассмотрим значения функции при условии того, что гироскопическую платформу разместим в межбаковом отсеке .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Таблица 2: Значения функции при постановке гироплатформы в межбаковый отсек, то есть при значении координаты

То есть можно поставить гироплатформу в межбаковый отсек, так как в этом случае выполняется условие устойчивости 1:

Для первого тона колебаний , для второго тона колебаний.

# **2.2. Задание требований к автомату стабилизации (АС)**

Чтоб выполнить ракету более устойчивой, необходимо уменьшить частоту среза . Это достигается тем, что задаются особые требования к автомату стабилизации. Например, необходимо изменить коэффициент динамичности автомата стабилизации k.

Также следует сделать ракету конструктивно более устойчивой, чего можно достичь при добавлении силовых шпангоутов, создание гасителей колебаний в баках (как пример, УР-100).